

CLASSIFICAÇÃO DE PONTOS SINGULARES NO PLANO

Autores: DAYANA LAVYNE SANTOS OLIVEIRA, WARLEY FERREIRA DA CUNHA, VITOR MATHEUS SANTOS BATISTA

Objetivos: Analisar o comportamento do fluxo associado a sistemas de equações diferenciais dados por $X' = AX$, onde $A \in M(2,2)$ e classificar os pontos singulares no plano, para um sistema de equações diferenciais 2×2 .

Metodologia: Este trabalho se constrói embasado em uma pesquisa bibliográfica. Os bolsistas do Programa de Iniciação Científica e Mestrado- PICME através do material pesquisado tomam-se capazes de entender e compreender como classificar os pontos singulares no plano, pré-requisitos necessários para compreender o problema Foco-Centro.

Resultados: Os sistemas planares são classificados de acordo com o comportamento qualitativo das suas soluções, que são obtidas através do polinômio característico do sistema, sendo que em um sistema de matriz 2×2 , o polinômio característico será de grau dois, consequentemente terá duas raízes, λ_1, λ_2 que serão denominadas de autovalores. A classificação se dará observando os seguintes casos: autovalores reais distintos, autovalores reais repetidos e autovalores complexos. Além disso, sabendo que o polinômio característico de um sistema $X' = AX$, onde A é uma matriz 2×2 , é dado por $\lambda^2 - T\lambda + D = 0$, onde T é o traço e D é o determinante da matriz, tem-se então que $\lambda_{\pm} = \frac{1}{2}(T \pm \sqrt{T^2 - 4D})$.

Relacionando λ com T e D , pode-se classificar os sistemas planares através do plano (TD) . O sinal de $T^2 - 4D$ informa que os autovalores são: complexos, se $T^2 - 4D < 0$; reais e distintos, se $T^2 - 4D > 0$; reais e repetidos, se $T^2 - 4D = 0$. Em termos de retrato de fase, ainda pode-se dizer: se $T^2 - 4D < 0$, tem-se: um foco atrator se $T < 0$, um foco repulsor se $T > 0$, e um centro se $T = 0$. Se $T^2 - 4D > 0$, tem-se: uma sela se $D < 0$, um nó atrator se $D > 0$ e $T < 0$, um nó repulsor se $D > 0$ e $T > 0$, um autovalor nulo se $D = 0$ e $T \neq 0$ e dois autovalores nulos se $D = 0$ e $T = 0$. **Conclusão:** A partir desse estudo, foi possível obter um pouco mais de informações sobre o sistema em estudo a partir do T (traço) e D (determinante) da matriz A , sem a necessidade do cálculo dos autovalores. Pretende-se agora conhecer a classificação de sistemas lineares de dimensões mais altas, para posteriormente entender o problema foco-centro.

Agência Financiadora: CAPES - Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal no Nivel Superior.